

Temat: **Przesuwanie wykresu wzdłuż osi OY.**

Na początek, zanim przejdziemy do notatki, proszę obejrzyjcie filmik na youtube <https://www.youtube.com/watch?v=WehahQoNZOc> oraz przeczytajcie notatkę w podręczniku. str.136 (poniżej skan podręcznika).

Notatka w zeszycie

Temat: Przesuwanie wykresu wzdłuż osi OY.

Def. Wykres funkcji $y=f(x) + q$ otrzymujemy przez przesunięcie wykresu funkcji $y=f(x)$ wzdłuż osi OY o q jednostek:

- w górę, gdy $q>0$;
- w dół, gdy $q<0$.

Spróbuj przerysować i przepisać **przykład 2** ze str.137

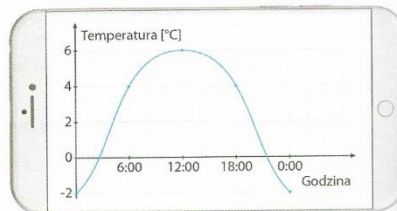
Ćwiczenie 2 str. 137 Zróbcie samodzielnie w zeszycie

- a) $y = \frac{1}{2}x + 1$ (w tym przykładzie macie wykres funkcji przesunąć o jedną jednostkę w górę, punkty które są zaznaczone na wykresie ułatwią Wam to zadanie)
- b) $y = \frac{1}{2}x - 1$ (w tym przykładzie macie wykres funkcji przesunąć o jedną jednostkę w dół, punkty które są zaznaczone na wykresie ułatwią Wam to zadanie)

8 Przesuwanie wykresu wzdłuż osi OY

NA POZĄTEK

Na wykresie przedstawiono zmiany temperatury powietrza w ciągu doby w pewnej miejscowości mierzone termometrem firmy A. Każdy pomiar wykonany termometrem firmy B jest dokładnie o 2°C wyższy. Czy na podstawie wykresu możesz narysować wykres pomiarów termometrem B?



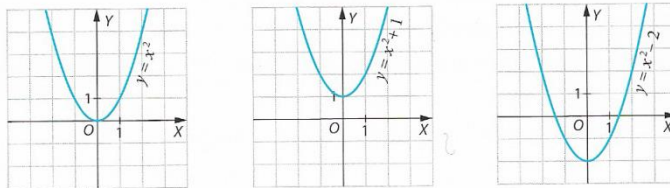
WAŻNA WIADOMOŚĆ

Wykres funkcji $y = f(x) + q$ otrzymujemy przez przesunięcie wykresu funkcji $y = f(x)$ wzdłuż osi OY o q jednostek:

- w górę, gdy $q > 0$;
- w dół, gdy $q < 0$.

PRZYKŁAD 1

Przyjrzyj się wykresom funkcji. Opisz przesunięcia wykresów funkcji $y = x^2 + 1$ i $y = x^2 - 2$ w stosunku do wykresu funkcji $y = x^2$.



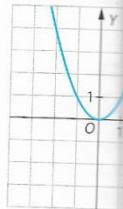
ROZWIĄZANIE

Wykres funkcji $y = x^2 + 1$ otrzymujemy przez przesunięcie wykresu funkcji $y = x^2$ wzdłuż osi OY o 1 jednostkę w górę, ponieważ $q = 1$, czyli $q > 0$.

Wykres funkcji $y = x^2 - 2$, tzn. $y = x^2 + (-2)$ otrzymujemy przez przesunięcie wykresu funkcji $y = x^2$ wzdłuż osi OY o 2 jednostki w dół, ponieważ $q = -2$, czyli $q < 0$.

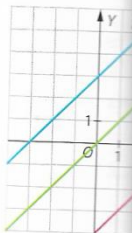
CWICZENIE

Opisz przesunięcie wykresu funkcji $y = x^2$.



PRZYKŁAD

Przyjrzyj się wykresom funkcji. Podaj wzory funkcji.



ROZWIĄZANIE

Wykres funkcji $y = \frac{1}{2}x + 1$ przesunięty wzdłuż osi OY.

Wykres funkcji $y = \frac{1}{2}x + 4$ przesunięty wzdłuż osi OY.

CWICZENIE 2

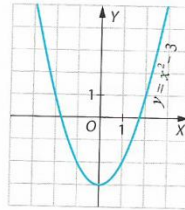
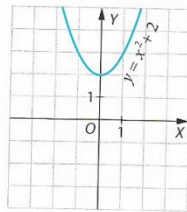
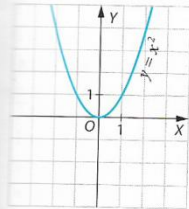
Na podstawie wykresu podaj wzory funkcji.

• $y = \frac{1}{2}x + 1$

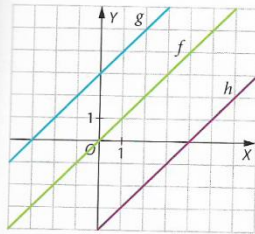
• $y = \frac{1}{2}x + 4$

ĆWICZENIE 1

Opisz przesunięcia wykresów funkcji $y = x^2 + 2$ i $y = x^2 - 3$ w stosunku do wykresu funkcji $y = x^2$.

**PRZYKŁAD 2**

Przyjrzyj się wykresom funkcji f , g i h . Funkcja f opisana jest wzorem $y = x$. Podaj wzory funkcji g i h .

**ROZWIĄZANIE**

Wykres funkcji g powstał przez przesunięcie wykresu funkcji f o 3 jednostki do góry wzdłuż osi OY. Zatem funkcja g ma wzór $y = x + 3$.

Wykres funkcji h powstał przez przesunięcie wykresu funkcji f o 4 jednostki w dół wzdłuż osi OY. Zatem funkcja h ma wzór $y = x - 4$.

ĆWICZENIE 2

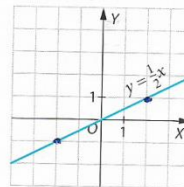
Na podstawie wykresu funkcji $y = \frac{1}{2}x$ naszkicuj wykres funkcji.

a) $y = \frac{1}{2}x + 1$

c) $y = \frac{1}{2}x - 1$

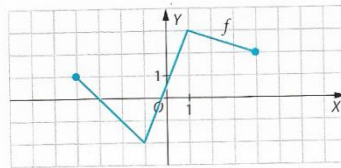
b) $y = \frac{1}{2}x + 4$

d) $y = \frac{1}{2}x - 2$

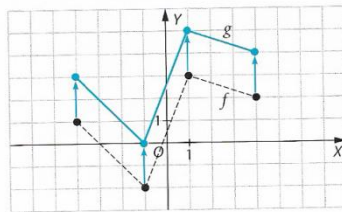


PRZYKŁAD 3

Przyjrzyj się wykresowi funkcji f . Naskicuj wykres funkcji $g(x) = f(x) + 2$. Podaj zbiór wartości funkcji g .



KROK 1 Szkicujemy wykres funkcji g . Otrzymamy go przez przesunięcie wykresu funkcji f o 2 jednostki w górę wzdłuż osi OY :



KROK 2 Z wykresu funkcji g odczytujemy jej zbiór wartości: $\langle 0; 5 \rangle$.

ĆWICZENIE 3

Korzystając z wykresu funkcji f z przykładu 3, naskicuj wykres funkcji $g: y = f(x) - 1$. Podaj zbiór wartości funkcji g .

ZADANIA

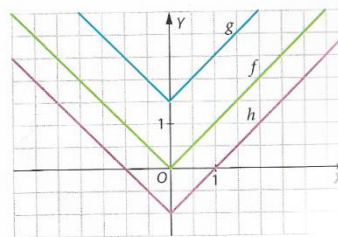
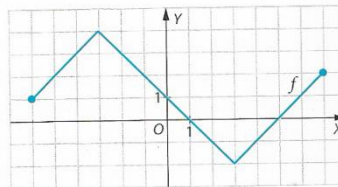
↪ Zbiór zadań, s. 213

1. Na podstawie wykresu funkcji f naskicuj wykres funkcji.

- a) $y = f(x) + 2$ c) $y = f(x) - 3$
 b) $y = f(x) + \frac{1}{2}$ d) $y = f(x) - 2\frac{1}{2}$

2. Przyjrzyj się wykresom funkcji f , g i h . Funkcja f opisana jest wzorem $y = |x|$. Wykonaj polecenia.

- a) Zapisz wzory funkcji g i h .
 b) Podaj zbiory wartości funkcji f , g i h .



NA PO

Tomek
 Inform
 wykres
 w zależ
 wykres
 na wyci

WAŻ

Wyd
 $y =$
 • w
 • w

PRZYK

Przyjrzy
 wykres
 wykresu

ROZWIĄ

Wykres f
 wzdłuż o
 Wykres f
 wykresu t

ĆWICZE

Opisz prz
 funkcji y

Temat: **Przesuwanie wykresu wzdłuż osi OX.**

Na początek, zanim przejdziemy do notatki , proszę obejrzyjcie filmik na you tube <https://www.youtube.com/watch?v=sD4mC5Ux6pM>

oraz przeczytajcie notatkę w podręczniku. str.139 (poniżej skan podręcznika).

Notatka w zeszycie

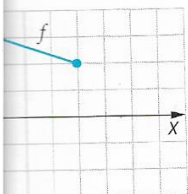
Temat: Przesuwanie wykresu wzdłuż osi OX.

Def. Wykres funkcji $y=f(x- p)$ otrzymujemy przez przesunięcie wykresu funkcji $y=f(x)$ wzdłuż osi OX o p jednostek:

- w prawo, gdy $p>0$;
- w lewo, gdy $p<0$.

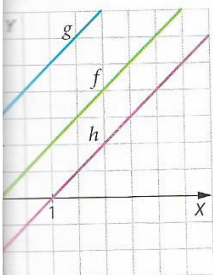
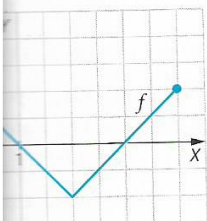
Spróbuj przerysować i przepisać do zeszytu **przykład 3** ze str.140

Ćwiczenie 3 str. 141 Zróbcie samodzielnie w zeszycie .



cięcie wykresu

kcji $g: y = f(x) - 1$.



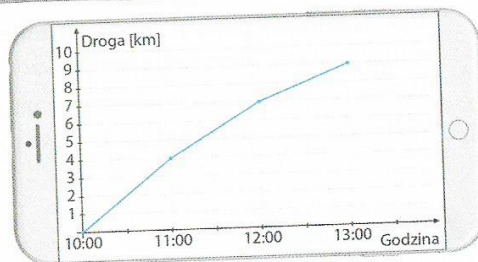
LEKCJA

9

Przesuwanie wykresu wzdłuż osi OX

NA POCZĄTEK

Tomek wybrał się na pieszą wycieczkę. Informacje o trasie zostały zapisane na wykresie, który ilustruje przebytą drogę w zależności od czasu. Jak wyglądałby wykres, gdyby Tomek wyruszył na wycieczkę godzinę później?



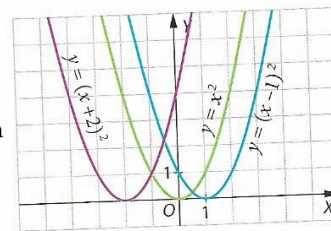
WAŻNA WIADOMOŚĆ

Wykres funkcji $y = f(x - p)$ otrzymujemy przez przesunięcie wykresu funkcji $y = f(x)$ wzdłuż osi OX o p jednostek:

- w prawo, gdy $p > 0$;
- w lewo, gdy $p < 0$.

PRZYKŁAD 1

Przyjrzyj się wykresom funkcji. Opisz przesunięcia wykresów funkcji $y = (x - 1)^2$ i $y = (x + 2)^2$ względem wykresu funkcji $y = x^2$.



ROZWIĄZANIE

Wykres funkcji $y = (x - 1)^2$ otrzymamy przez przesunięcie wykresu funkcji $y = x^2$ wzdłuż osi OX o 1 jednostkę w prawo, ponieważ $p = 1$, czyli $p > 0$.

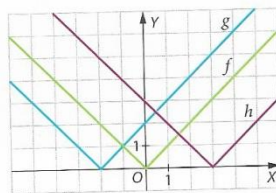
Wykres funkcji $y = (x + 2)^2$, tzn. $y = (x - (-2))^2$, otrzymamy przez przesunięcie wykresu funkcji $y = x^2$ wzdłuż osi OX o 2 jednostki w lewo, ponieważ $p = -2$, czyli $p < 0$.

ĆWICZENIE 1

Opisz przesunięcie wykresów funkcji $y = (x - 2)^2$ oraz $y = (x + 1)^2$ względem wykresu funkcji $y = x^2$.

PRZYKŁAD 2

Przyjrzyj się wykresom funkcji f, g i h .
Funkcja f opisana jest wzorem $y = |x|$.
Podaj wzory funkcji g i h .



ROZWIĄZANIE

Wykres funkcji g powstał przez przesunięcie wykresu funkcji f o 2 jednostki w lewo wzdłuż osi OX . Zatem funkcja g ma wzór $y = |x+2|$.

Wykres funkcji h powstał przez przesunięcie wykresu funkcji f o 3 jednostki w prawo wzdłuż osi OX . Zatem funkcja h ma wzór $y = |x-3|$.

ĆWICZENIE 2

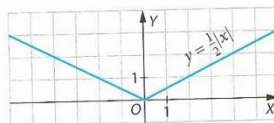
Na podstawie wykresu funkcji $y = \frac{1}{2}|x|$ naszkicuj wykres funkcji.

a) $y = \frac{1}{2}|x+1|$

c) $y = \frac{1}{2}|x-3|$

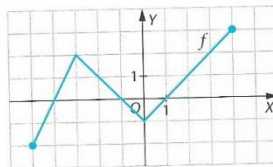
b) $y = \frac{1}{2}|x+4|$

d) $y = \frac{1}{2}|x-2|$

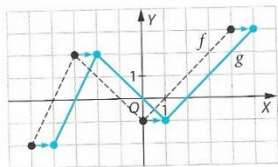


PRZYKŁAD 3

Przyjrzyj się wykresowi funkcji $f: \langle -5; 4 \rangle \rightarrow \mathbf{R}$.
Naszkicuj wykres funkcji $g(x) = f(x-1)$. Podaj dziedzinę i miejsca zerowe funkcji g .



KROK 1 Szkicujemy wykres funkcji g . Wykres funkcji g otrzymamy przez przesunięcie wykresu funkcji f o 1 jednostkę w prawo wzdłuż osi OX :



KROK 2 Z wykresu funkcji g odczytujemy dziedzinę i miejsca zerowe: dziedziną jest zbiór $\langle -4; 5 \rangle$, a miejsca zerowe to $x = -3$, $x = 0$ oraz $x = 2$.

ĆWICZ

Korzystaj z wykresu.
Podaj dziedzinę i miejsca zerowe funkcji.

ZADANIE

1. Na podstawie wykresu funkcji f naszkicuj wykres funkcji g .

a) $g(x) = |x+2|$

b) $g(x) = |x-2|$

c) $g(x) = |x+3|$

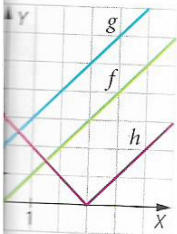
d) $g(x) = |x-3|$

2. Korzystaj z wykresu funkcji f i naszkicuj wykres funkcji g .

a)

3. Przyjmijmy, że $f(x) = |x-1|$. Naszkicuj wykres funkcji $g(x) = f(x-1)$.

4. Naszkicuj wykres funkcji $f(x) = |x-1|$.

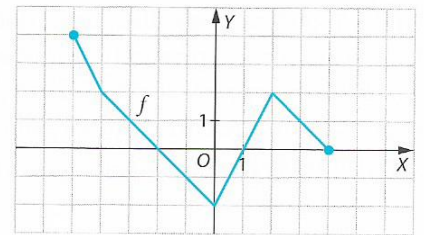
**ĆWICZENIE 3**

Korzystając z wykresu funkcji f z przykładu 3, narysuj wykres funkcji $g(x) = f(x + 2)$. Podaj dziedzinę i miejsca zerowe funkcji g .

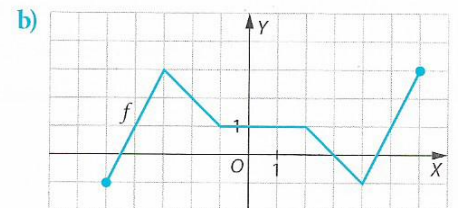
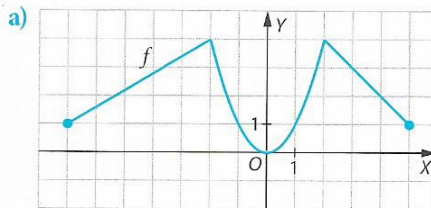
ZADANIA Zbiór zadań, s. 214

1. Na podstawie wykresu funkcji f narysuj wykres funkcji g i podaj jej miejsca zerowe.

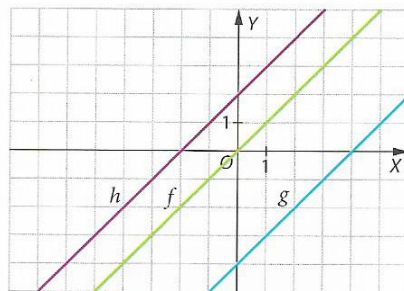
- a) $g(x) = f(x - 3)$
- b) $g(x) = f(x - \frac{1}{2})$
- c) $g(x) = f(x + 4)$
- d) $g(x) = f(x + 1\frac{1}{2})$



2. Korzystając z wykresu funkcji f , narysuj w jednym układzie współrzędnych wykresy funkcji $g(x) = f(x - 3)$ oraz $h(x) = f(x + 4)$. Podaj dziedzinę funkcji g i dziedzinę funkcji h .



3. Przyjrzyj się wykresom funkcji f , g i h . Funkcja f opisana jest wzorem $y = x$. Zapisz wzory funkcji g i h .



4. Narysuj wykres funkcji $f(x) = x^2$, a następnie w jednym układzie współrzędnych wykresy funkcji $g(x) = f(x - 2)$ oraz $h(x) = g(x) - 3$. Podaj wzór funkcji h .

